METODOLOGIJA NAUČNOG ISTRAŽIVANJA

NORMALNA RASPODELA

Predrag Teovanović

UNIVERZITET U BEOGRADU
FAKULTET ZA SPECIJALNU EDUKACIJU I REHABILITACIJU
MASTER AKADEMSKE STUDIJE

BACANJE NOVČIĆA

G

P

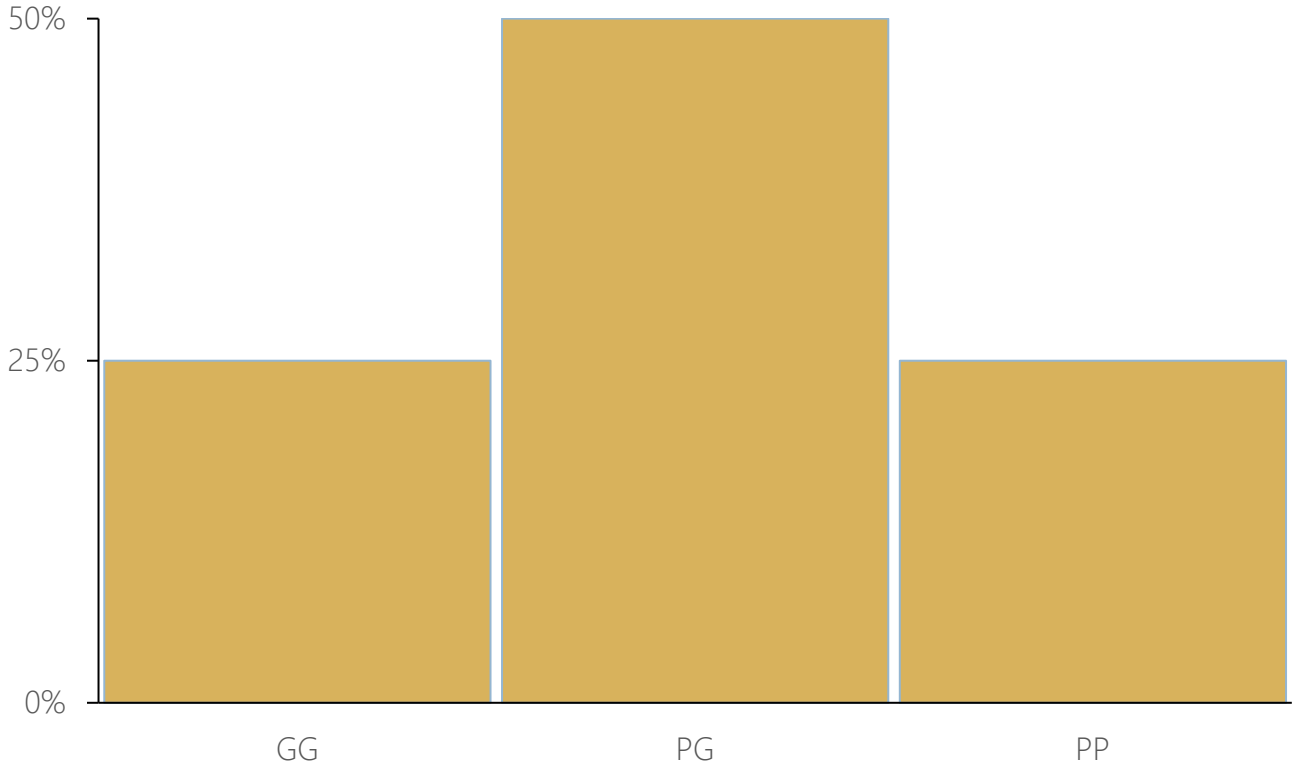
DVA BACANJA NOVČIĆA

GG

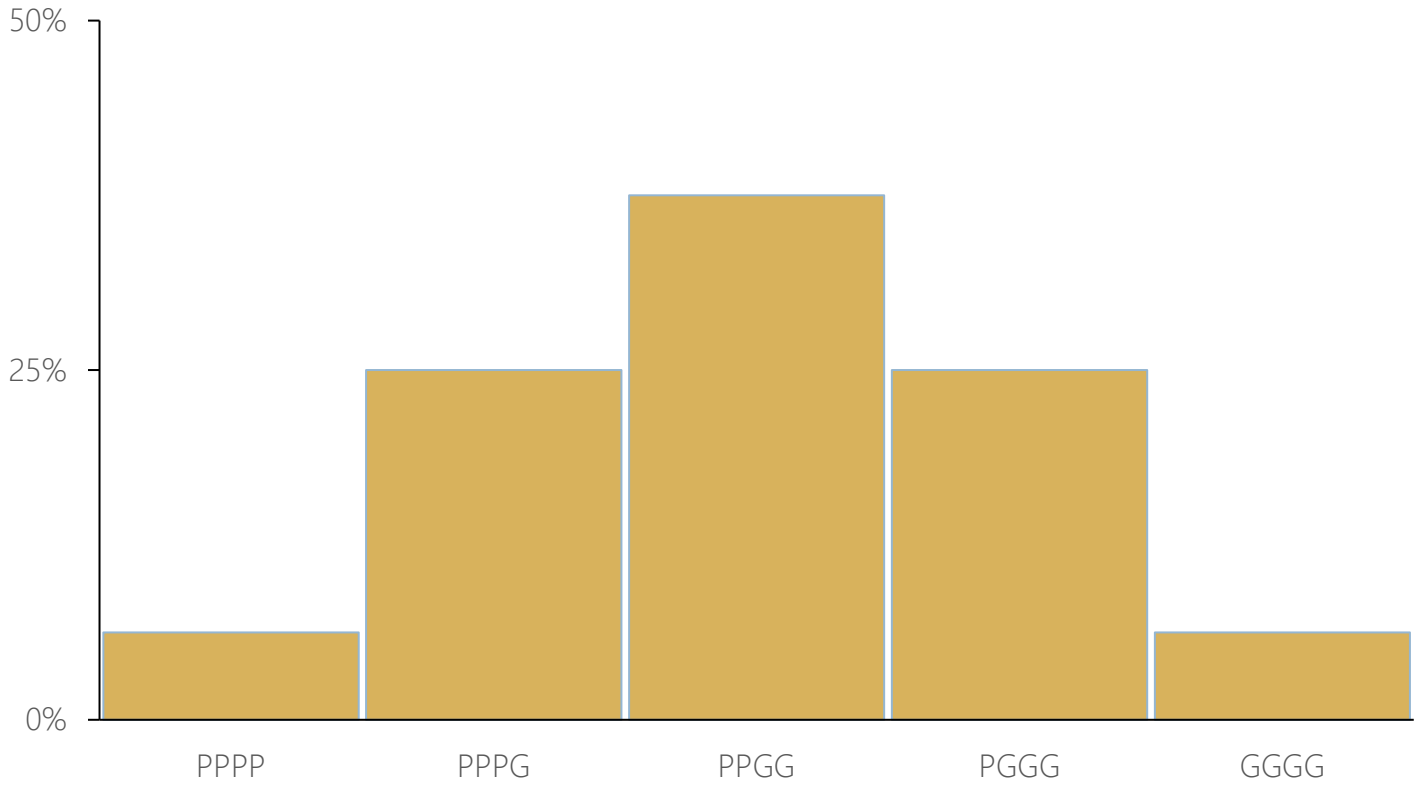
PG

GP

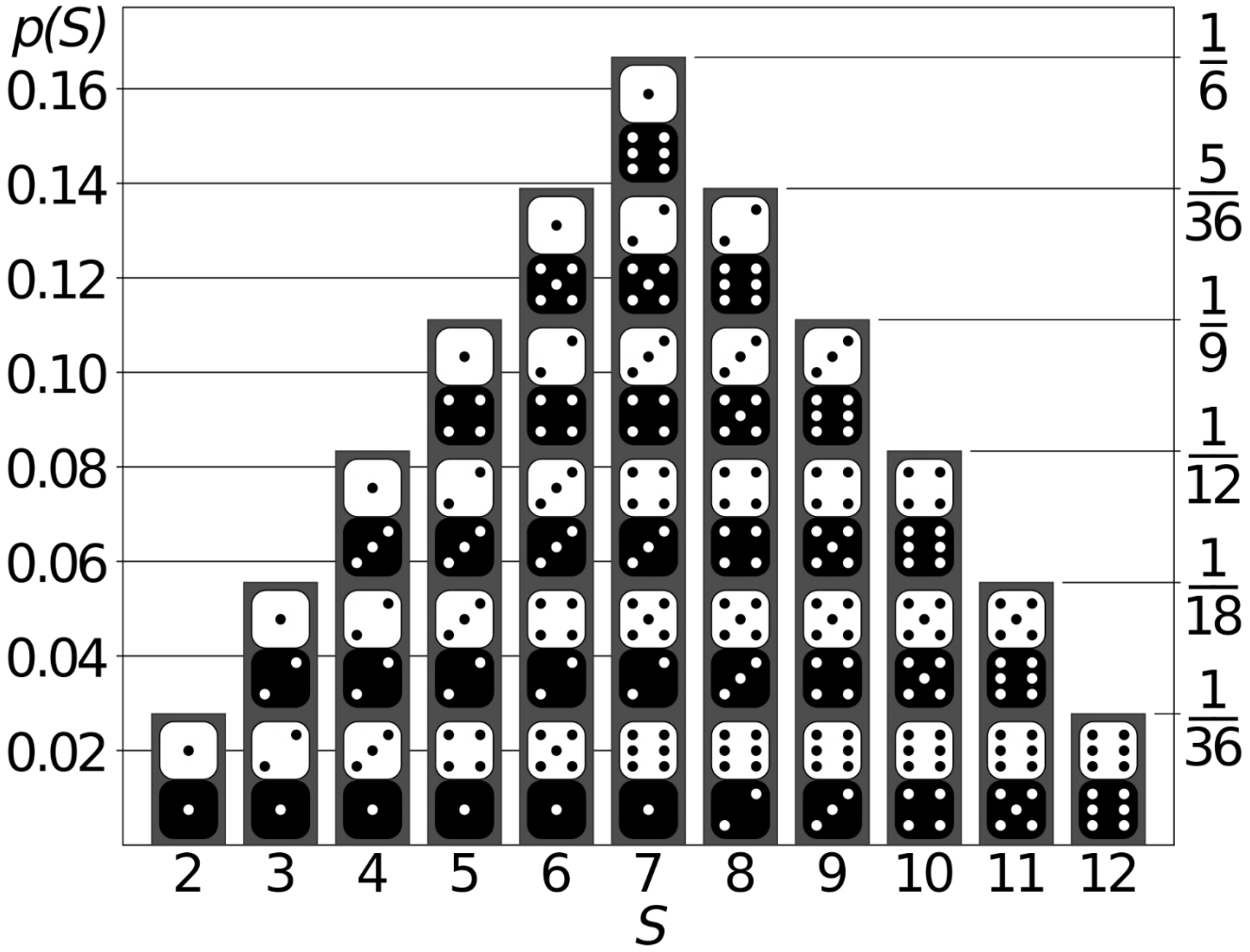
PP



ČETIRI BACANJA NOVČIĆA

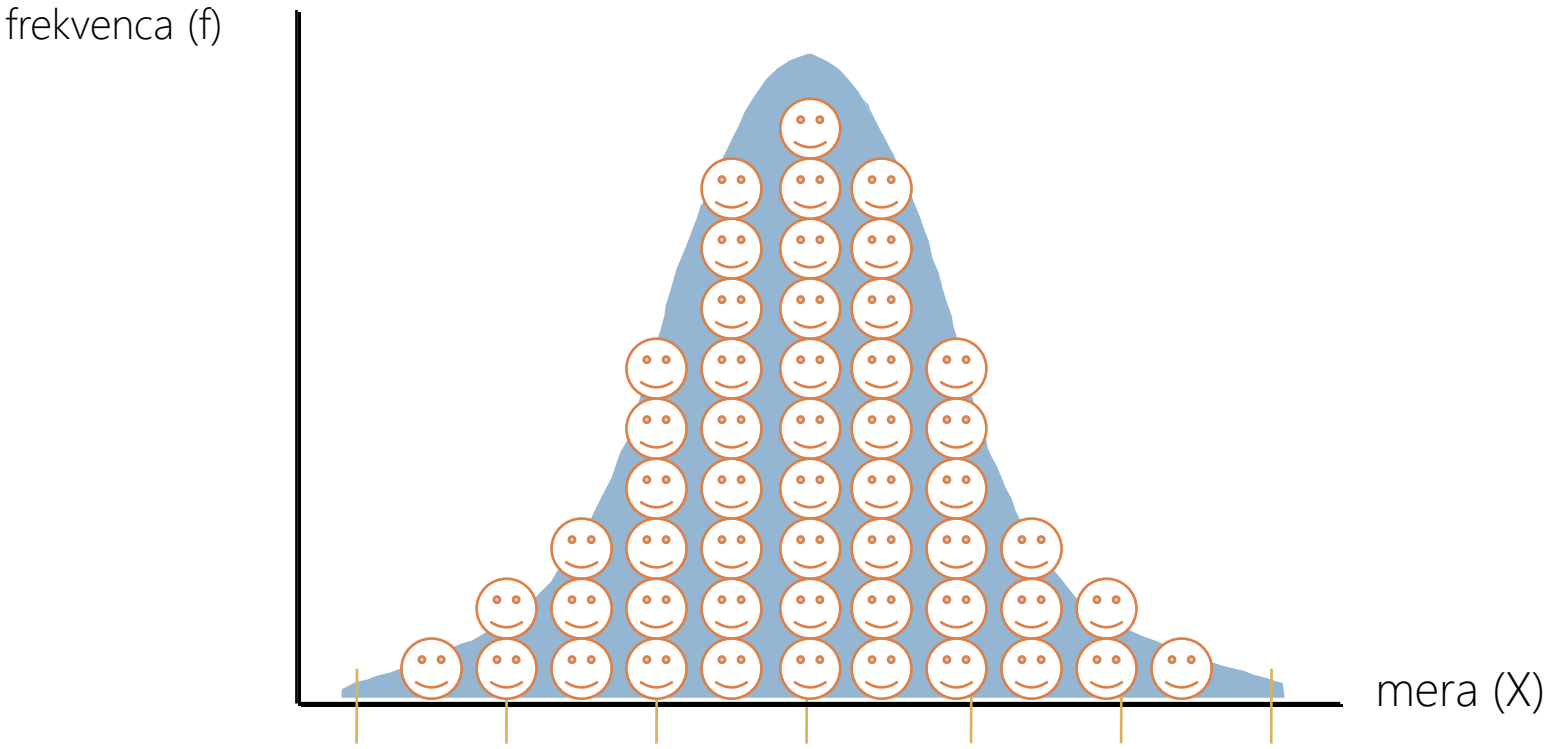


ZBIR DVE KOCKICE



NORMALNA RASPODELA UČESTALOSTI MERA

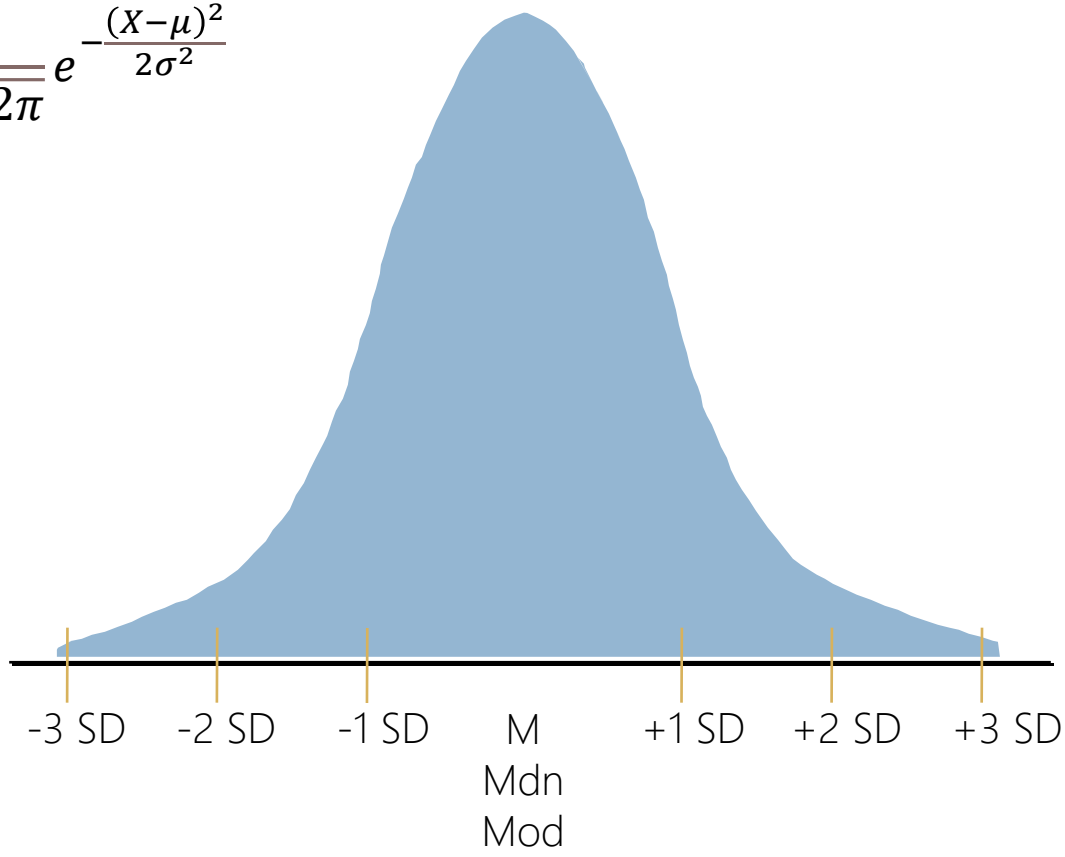
NORMALNA RASPODELA UČESTALOSTI MERA



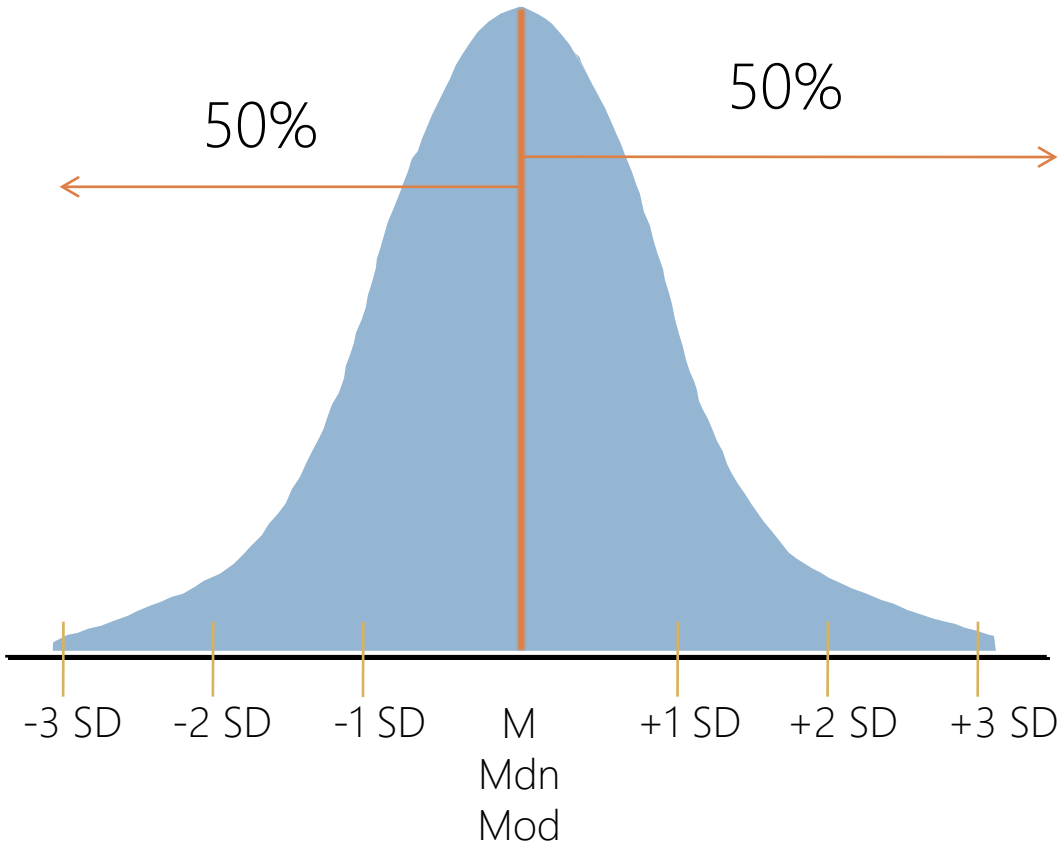
visina	145	155	165	175	185	195	205
otkucaji srca	65	70	75	80	85	90	95
skor na testu	2	5	8	11	14	17	20

NORMALNA RASPODELA

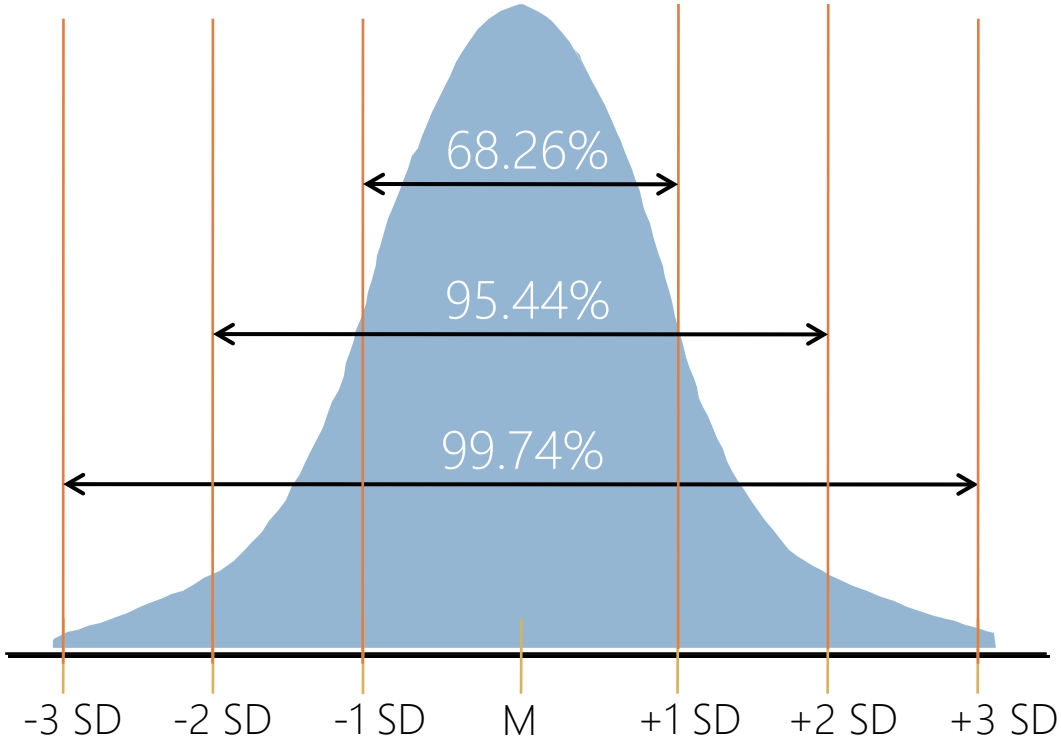
$$f_{(X)} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



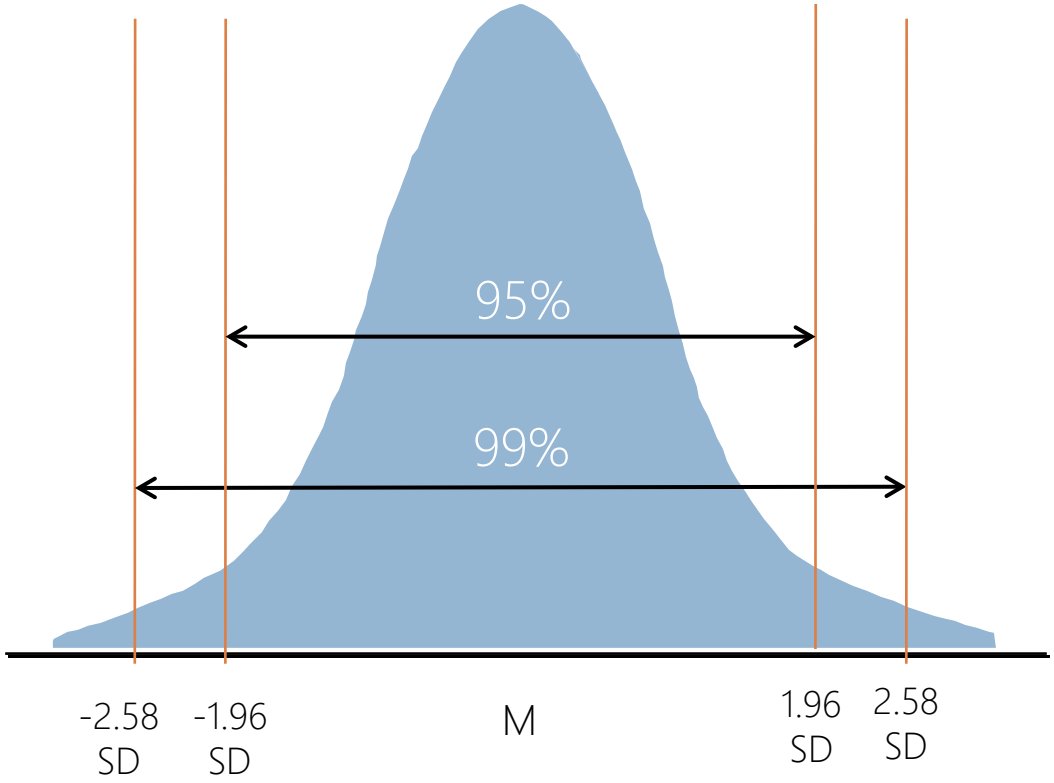
NORMALNA RASPODELA



POVRŠINA POD NORMALNOM KRIVOM



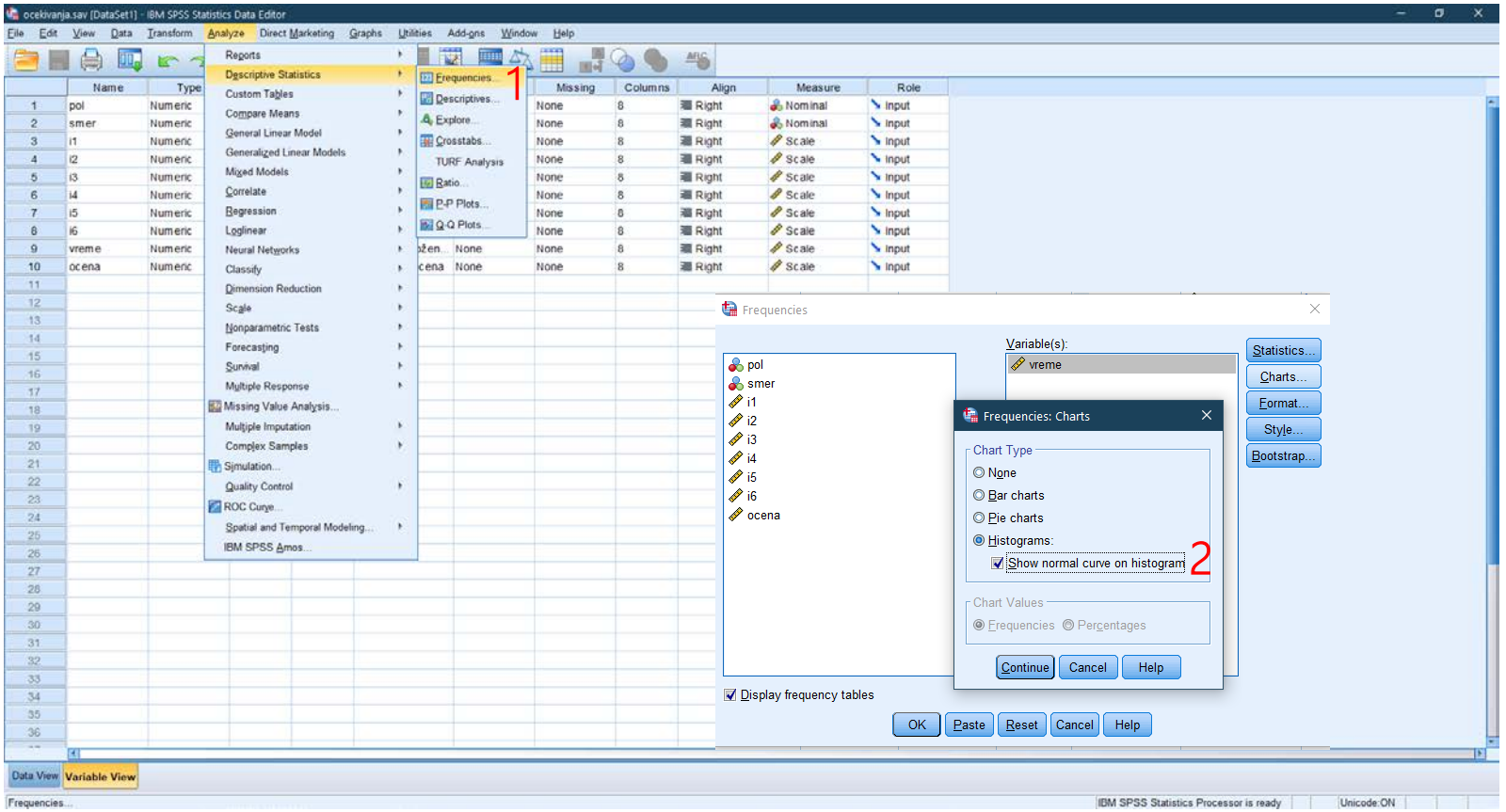
POVRŠINA POD NORMALNOM KRIVOM



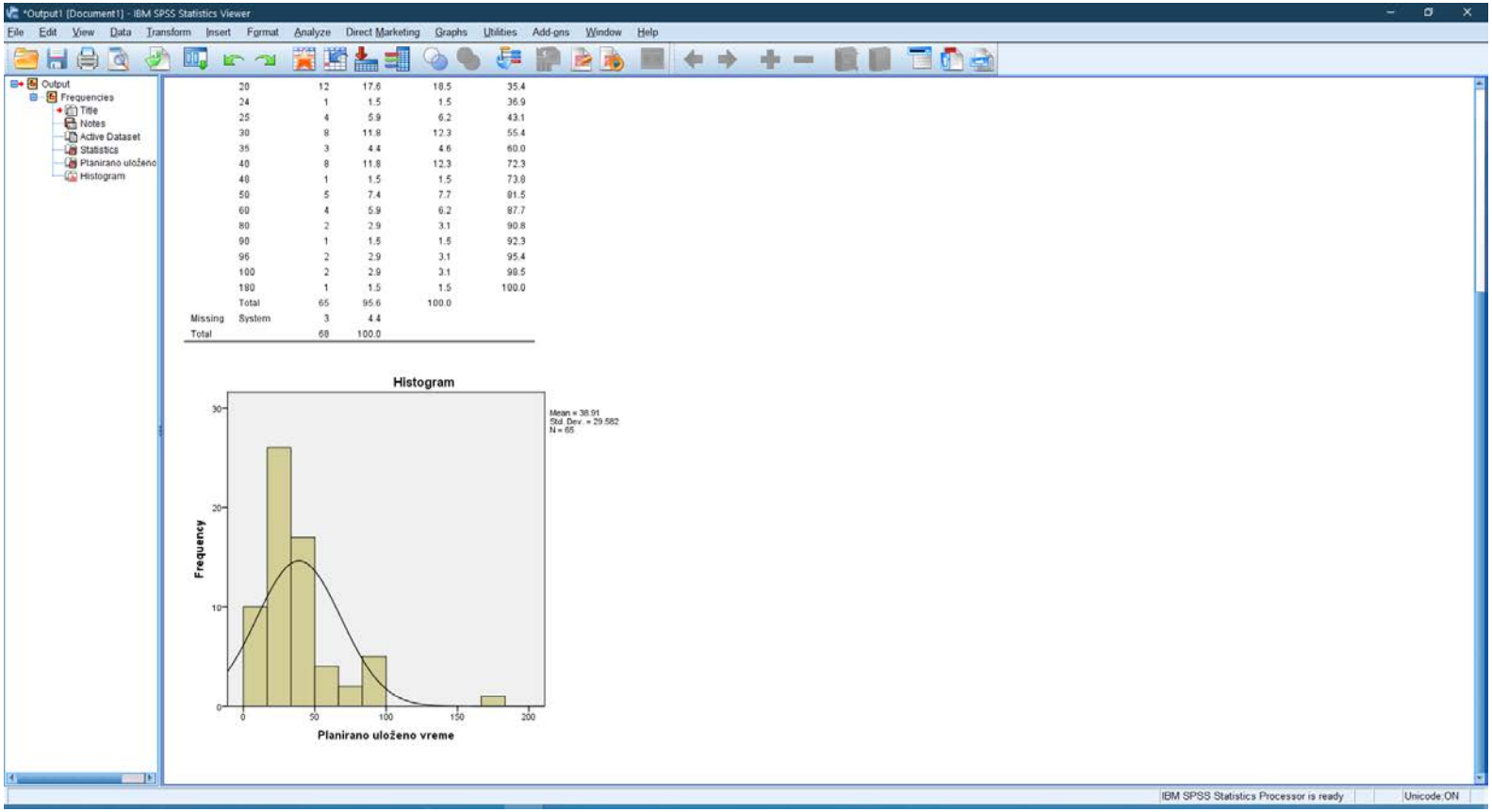
PRIKAZ RASPODELE (HISTOGRAM)

1 Analyze → Descriptive Statistics → Frequencies → Chart → Histograms

2 Označiti opciju Show normal curve on histogram

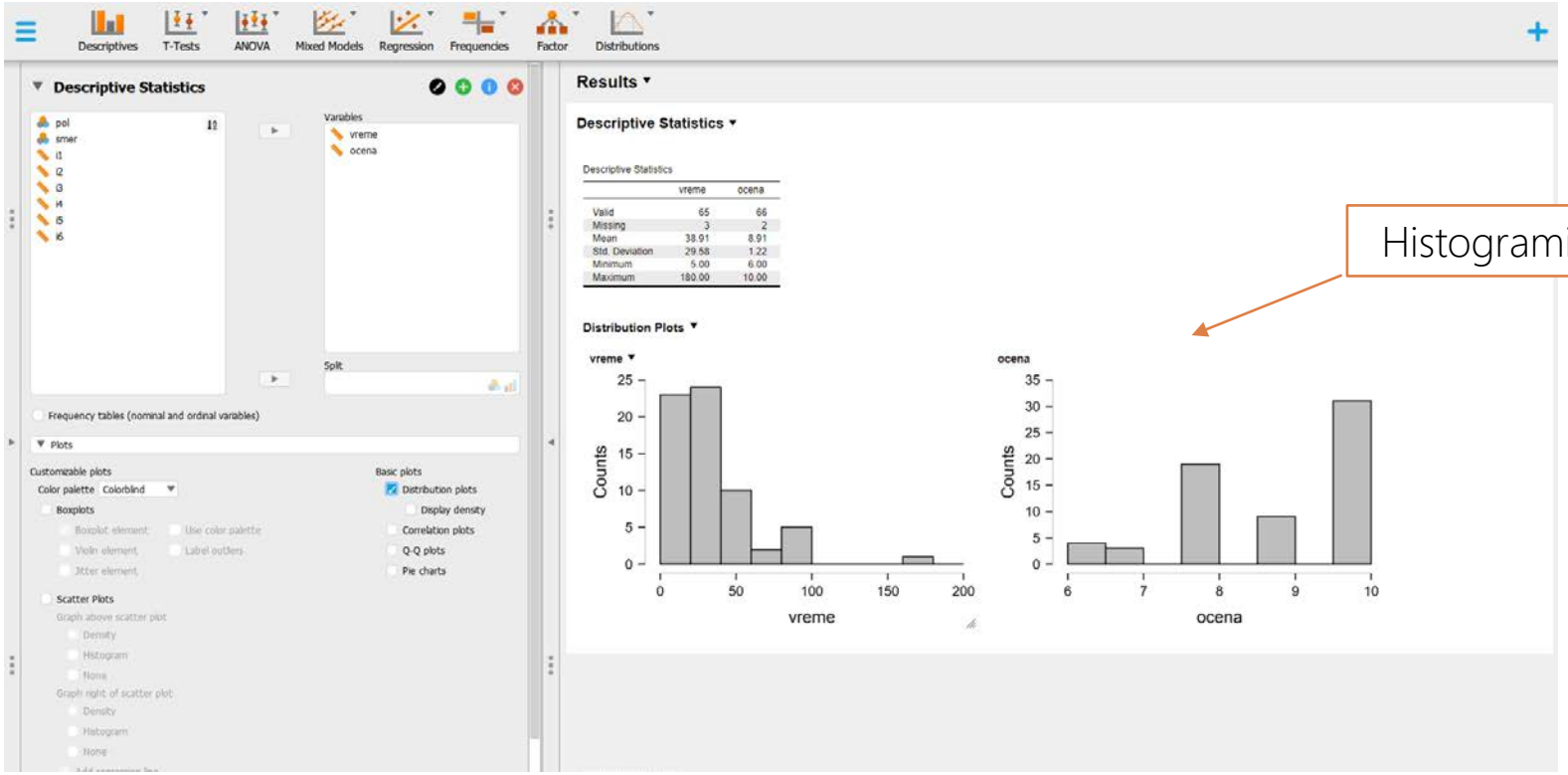


PRIKAZ RASPODELE (HISTOGRAM)

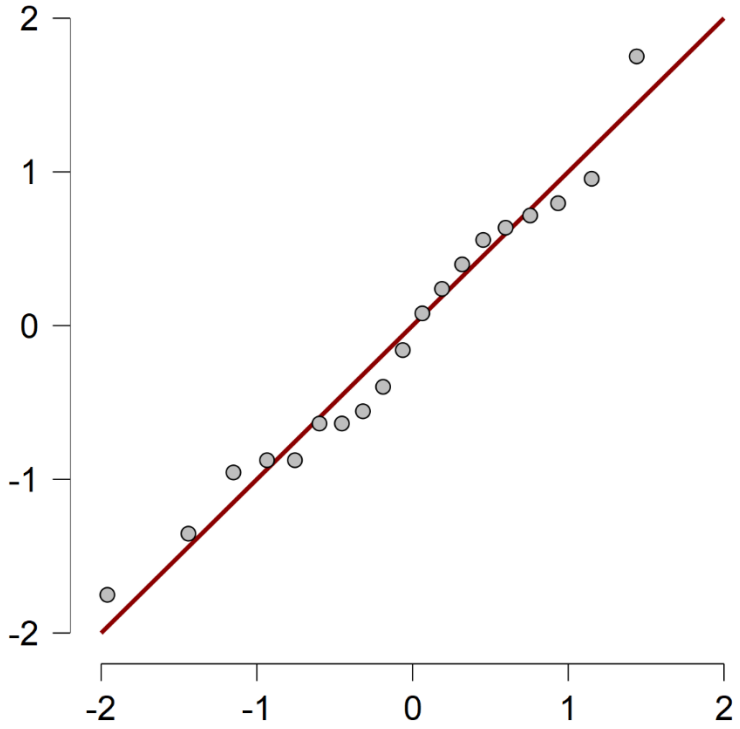


PRIKAZ RASPODELE (HISTOGRAM)

U podmeniju Descriptives - Plots odabrati Distribution plots



Napomena: označavanjem opcije Display density može se dobiti grafički prikaz krivulje raspodele

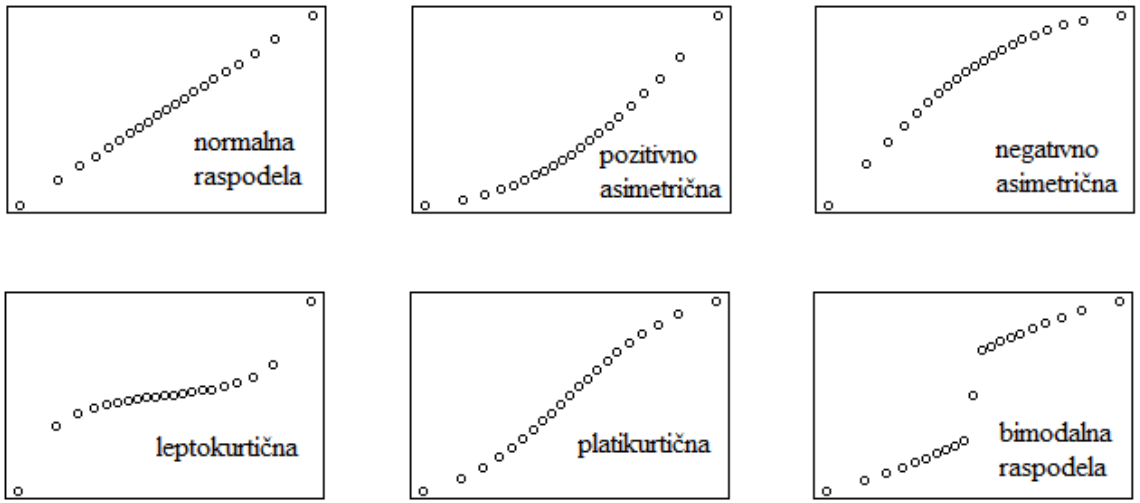


OMNIBUS TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

Q-Q PLOT

quantile-quantile plot (eng.)

Grafički metod za poređenje dve distribucije (teorijske i empirijske)
Teorijska distribucija je po pravilu normalna (mada se mogu plotovati i druge)
Ukoliko se dve distribucije poklapaju, tačke će ležati na pravoj liniji
Ukoliko postoji odstupanje, tačke će odstupati od prave linije (kao u primeru sa slike)



OMNIBUS TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

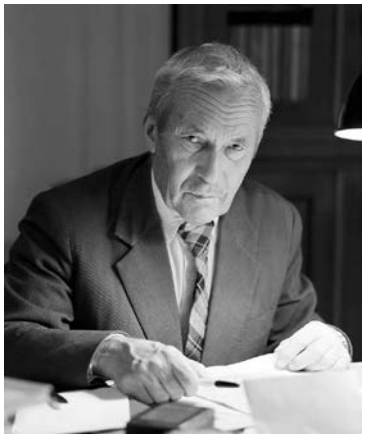
Kada se koriste omnibus testovi normalnosti raspodele?
Kada nas zanima da li empirijska raspodela statistički značajno odstupa od normalne.

Koju nultu hipotezu ispituju omnibus testovi normalnosti raspodele?
H_0 : Empirijska raspodela nije različita u odnosu na normalnu raspodelu.

Koje odluke možemo da donesemo na osnovu rezultata testa?
Ako je p > .05 onda ne odbacujemo nultu hipotezu
tj. zaključujemo da empirijska raspodela ne odstupa značajno od normalne
Ako je p < .05 onda odbacujemo nultu hipotezu
tj. zaključujemo da empirijska raspodela odstupa značajno od normalne

Koji sve omnibus testovi normalnosti postoje?
Kolmogorov-Smirnov test
Šapiro-Vilk test
Anderson-Darling test
Lillefors

KOLMOGOROV-SMIRNOV TEST

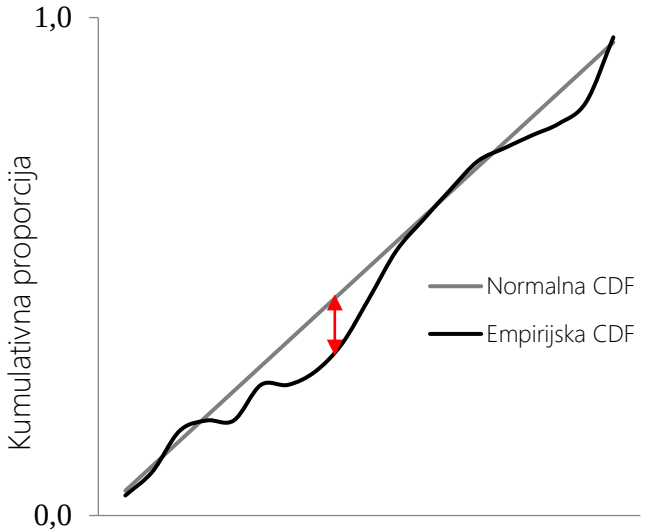


Андре́й Колмого́ров
(1903 - 1987)

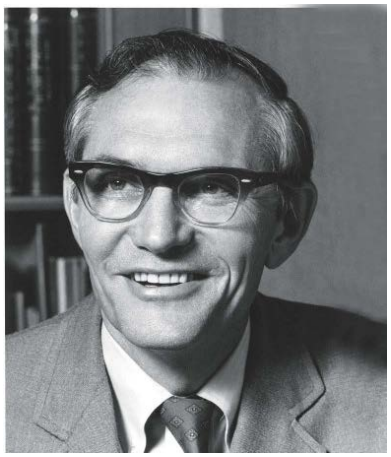
Николай Смирнов
(1900 - 1966)

$$D = \max|F_t(X) - F_e(X)|$$

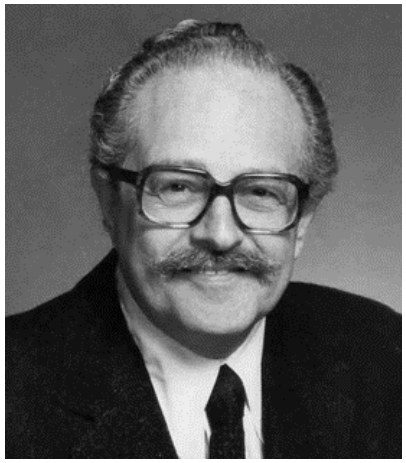
Šta radi Kolmogorov-Smirnov test?
Ispituje da li je maksimalno odstupanje kumulativne empirijske frekvence u odnosu na modelom normalne raspodele očekivanu kumulativnu frekvencu dovoljno veliko da bi se moglo smatrati statistički značajnim.



ŠAPIRO-VILK TEST



Samuel Shapiro
(1930 -)

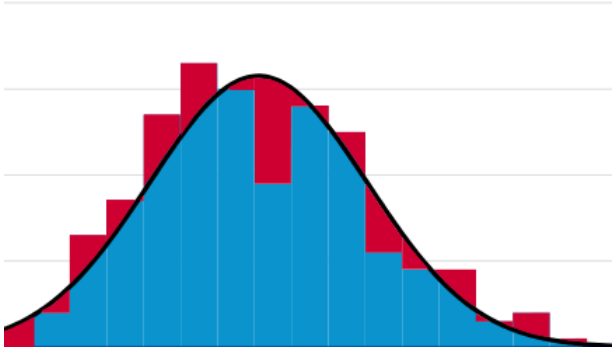


Martin Wilk
(1922 - 2013)

$$W = \frac{\left(\Sigma_{I=1}^{n} a_i X_{(i)}\right)^2}{\Sigma_{I=1}^{n} (X_i - M)^2}$$

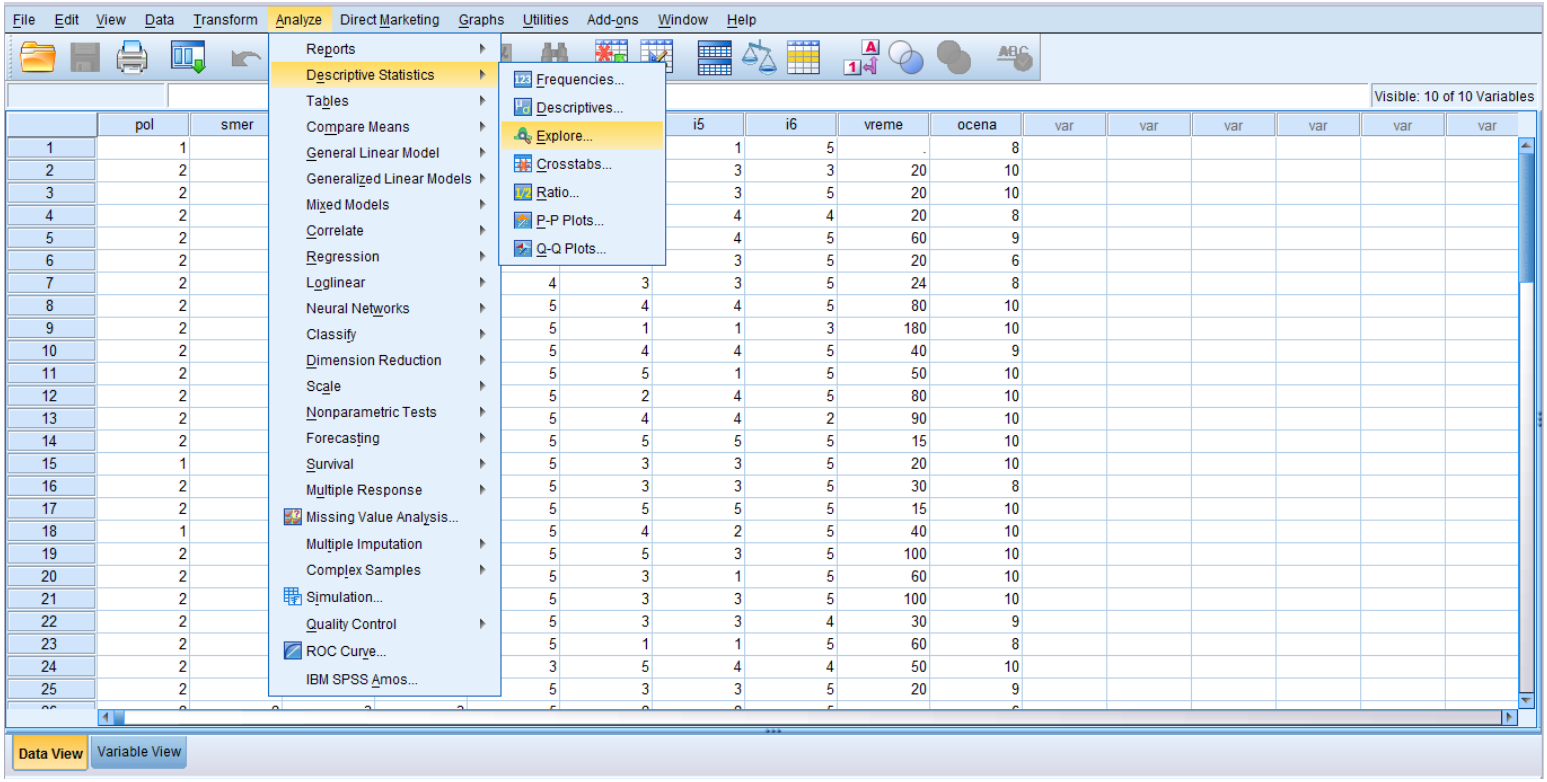
Šta radi Šapiro-Vilk test?

Iskazuje stepen sličnosti (preklapanja) empirijske i teorijske (normalne) distribucije putem jednog broja.



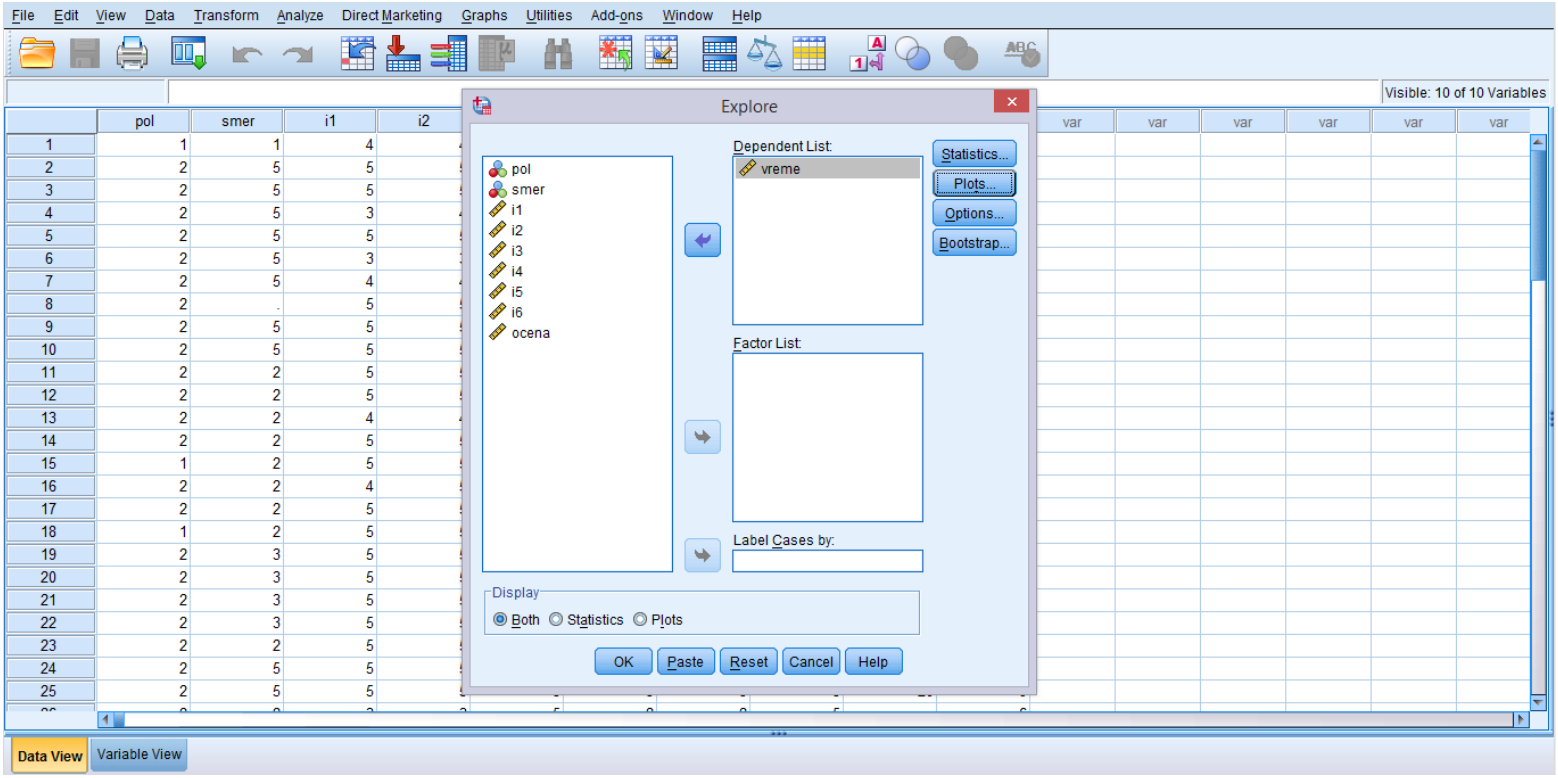
TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

Analyze → Descriptive Statistics → Explore



TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

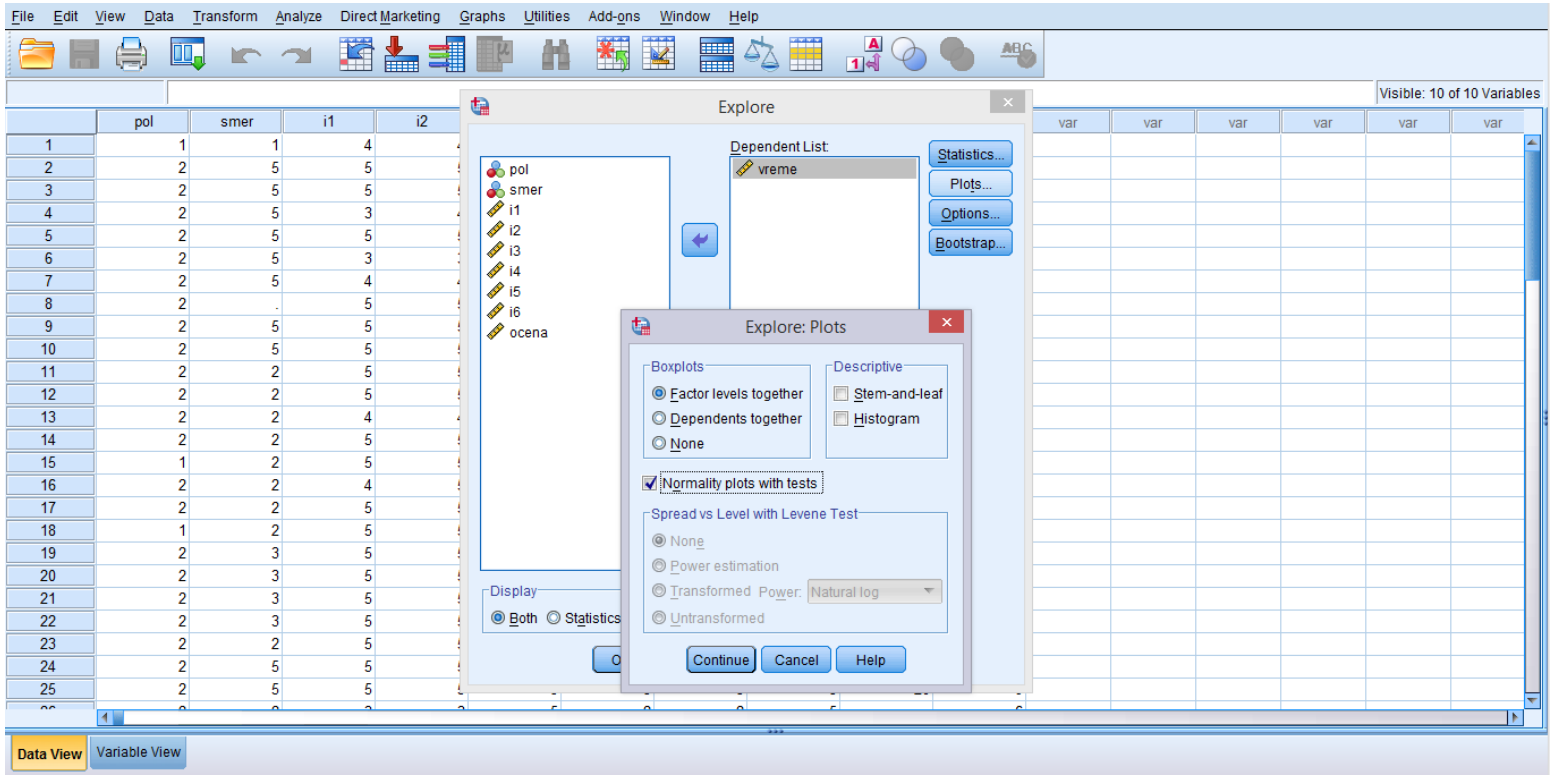
Prebaciti željenu/e varijable u Dependent List prozor. OK



Napomena: Moguće je istovremeno testirati normalnost u više grupa.
U tom slučaju treba prebaciti i kategoričku varijablu u Factor List prozor.

TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

U podmeniju Plots isključiti Steam-and-leaf, a uključiti Normality plots with tests



TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
vreme Planirano uloženo vreme	.208	65	.000	.784	65	.000

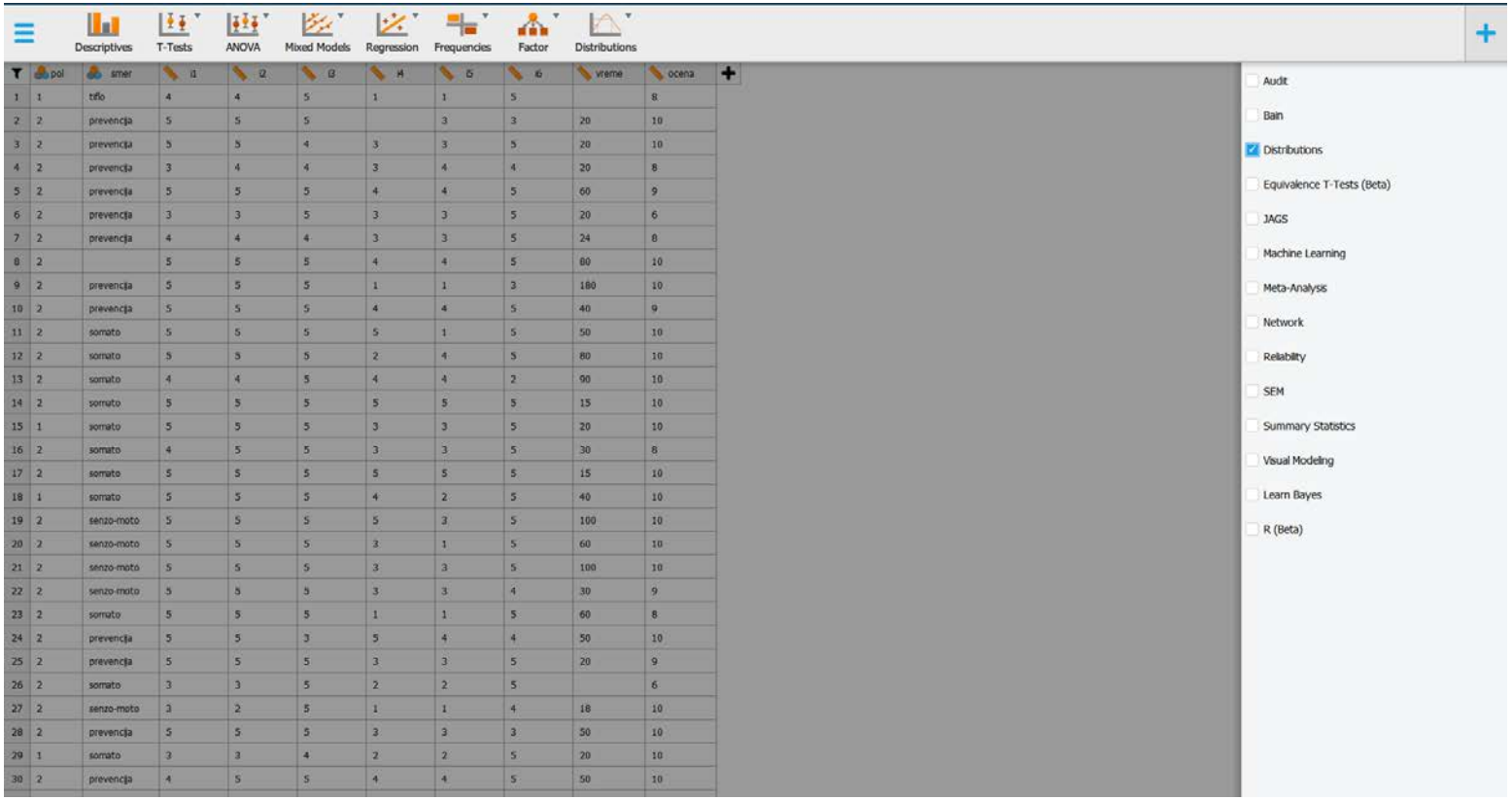
a. Lilliefors Significance Correction

Rezultati K-S testa (uz Lilllefords korekciju)

Rezultati Shapiro-Wilk testa

TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

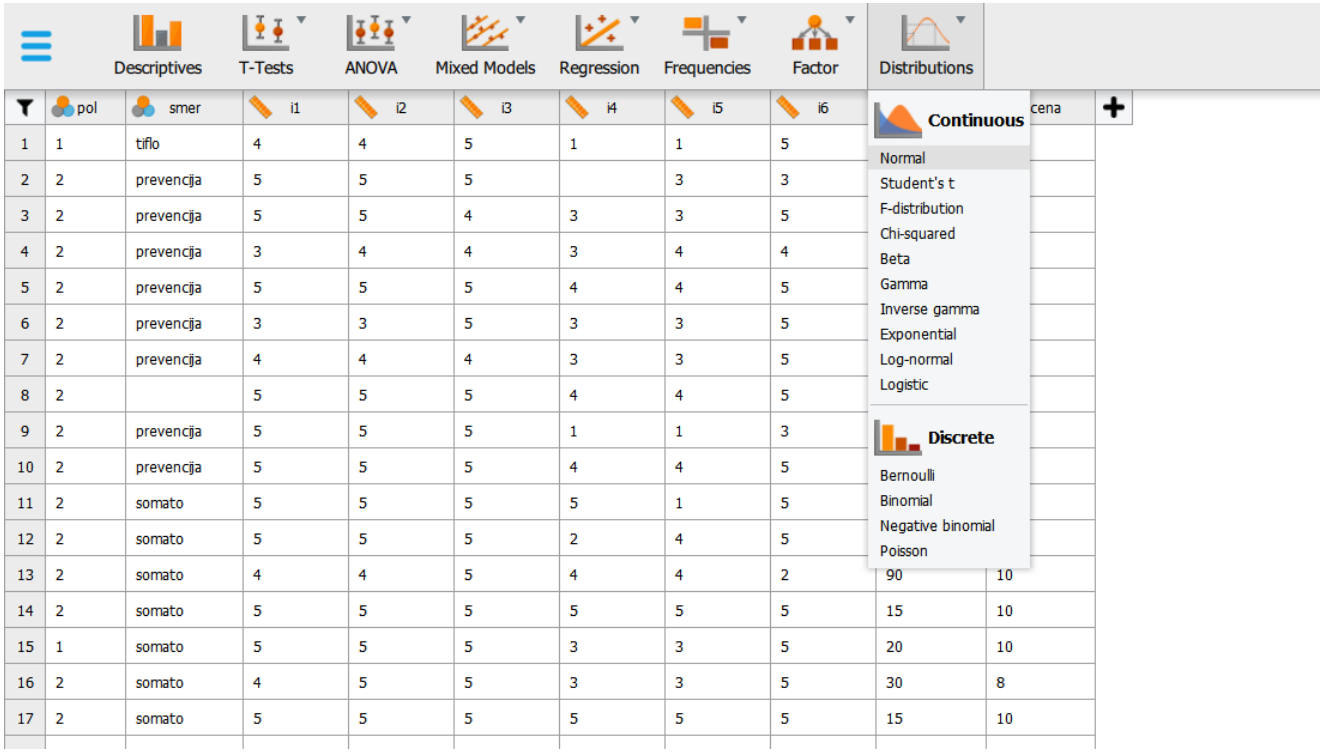
Najpre je potrebno uključiti meni Distributions
klikom na znak + u gornjem desnom uglu



	pol	smer	i1	i2	i3	i4	i5	i6	vreme	ocena
1	1	tflo	4	4	5	1	1	5		8
2	2	prevencija	5	5	5		3	3	20	10
3	2	prevencija	5	5	4	3	3	5	20	10
4	2	prevencija	3	4	4	3	4	4	20	8
5	2	prevencija	5	5	5	4	4	5	60	9
6	2	prevencija	3	3	5	3	3	5	20	6
7	2	prevencija	4	4	4	3	3	5	24	8
8	2		5	5	5	4	4	5	80	10
9	2	prevencija	5	5	5	1	1	3	180	10
10	2	prevencija	5	5	5	4	4	5	40	9
11	2	somato	5	5	5	5	1	5	50	10
12	2	somato	5	5	5	2	4	5	80	10
13	2	somato	4	4	5	4	4	2	90	10
14	2	somato	5	5	5	5	5	5	15	10
15	1	somato	5	5	5	3	3	5	20	10
16	2	somato	4	5	5	3	3	5	30	8
17	2	somato	5	5	5	5	5	5	15	10
18	1	somato	5	5	5	4	2	5	40	10
19	2	senzo-moto	5	5	5	5	3	5	100	10
20	2	senzo-moto	5	5	5	3	1	5	60	10
21	2	senzo-moto	5	5	5	3	3	5	100	10
22	2	senzo-moto	5	5	5	3	3	4	30	9
23	2	somato	5	5	5	1	1	5	60	8
24	2	prevencija	5	5	3	5	4	4	50	10
25	2	prevencija	5	5	5	3	3	5	20	9
26	2	somato	3	3	5	2	2	5		6
27	2	senzo-moto	3	2	5	1	1	4	18	10
28	2	prevencija	5	5	5	3	3	3	50	10
29	1	somato	3	3	4	2	2	5	20	10
30	2	prevencija	4	5	5	4	4	5	50	10

TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

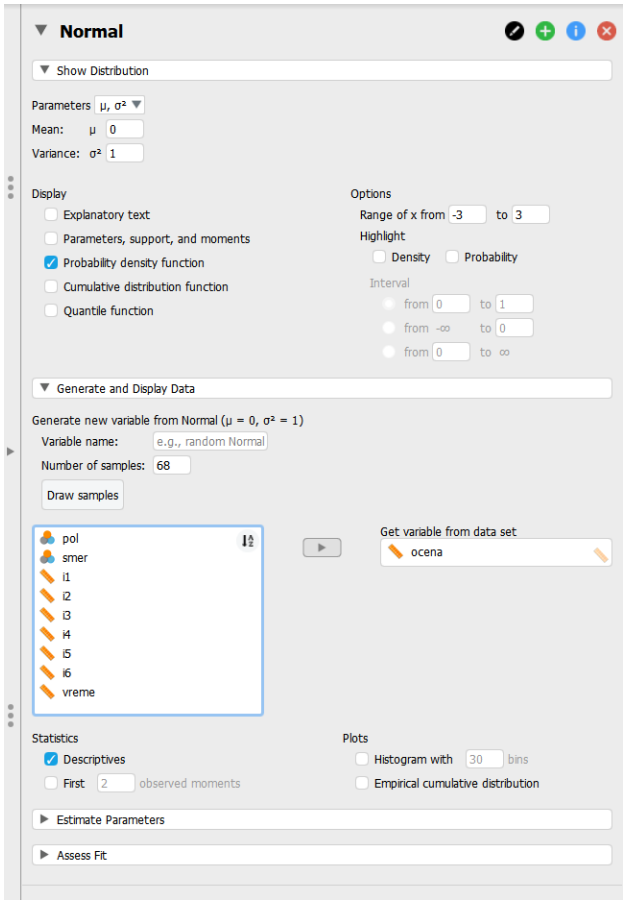
Distributions – Continuous – Normal



	pol	smer	i1	i2	i3	i4	i5	i6	cena	
1	1	tiflo	4	4	5	1	1	5		
2	2	prevencija	5	5	5		3	3		
3	2	prevencija	5	5	4	3	3	5		
4	2	prevencija	3	4	4	3	4	4		
5	2	prevencija	5	5	5	4	4	5		
6	2	prevencija	3	3	5	3	3	5		
7	2	prevencija	4	4	4	3	3	5		
8	2		5	5	5	4	4	5		
9	2	prevencija	5	5	5	1	1	3		
10	2	prevencija	5	5	5	4	4	5		
11	2	somato	5	5	5	5	1	5		
12	2	somato	5	5	5	2	4	5		
13	2	somato	4	4	5	4	4	2	90	10
14	2	somato	5	5	5	5	5	5	15	10
15	1	somato	5	5	5	3	3	5	20	10
16	2	somato	4	5	5	3	3	5	30	8
17	2	somato	5	5	5	5	5	5	15	10

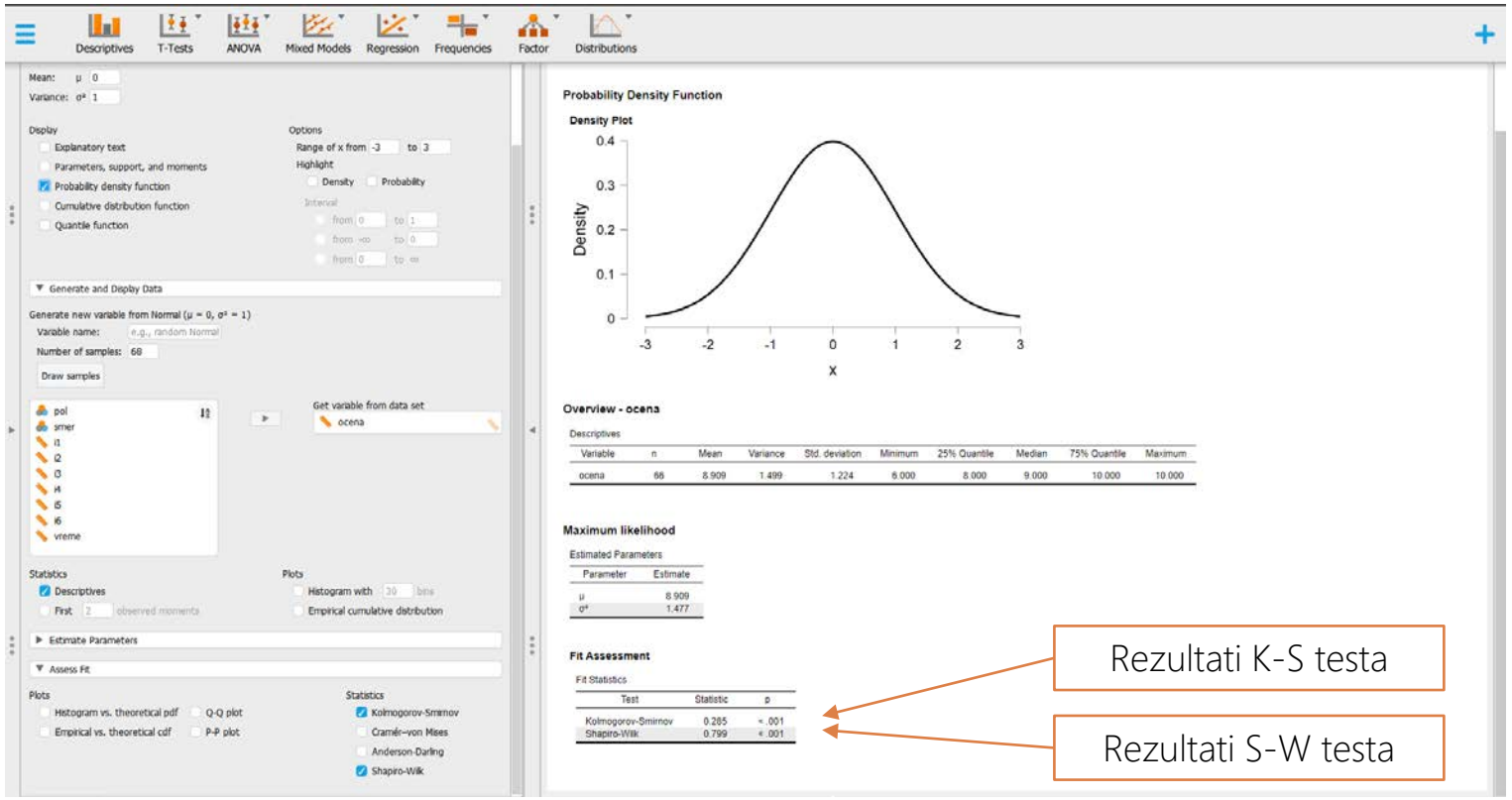
TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

U podmeniju Generate and Display Data
prebaciti željenu varijablu u okvir Get variable from data set



TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

U podmeniju Asses Fit označiti Kolmogorov-Smirnov i Shapiro-Wilk



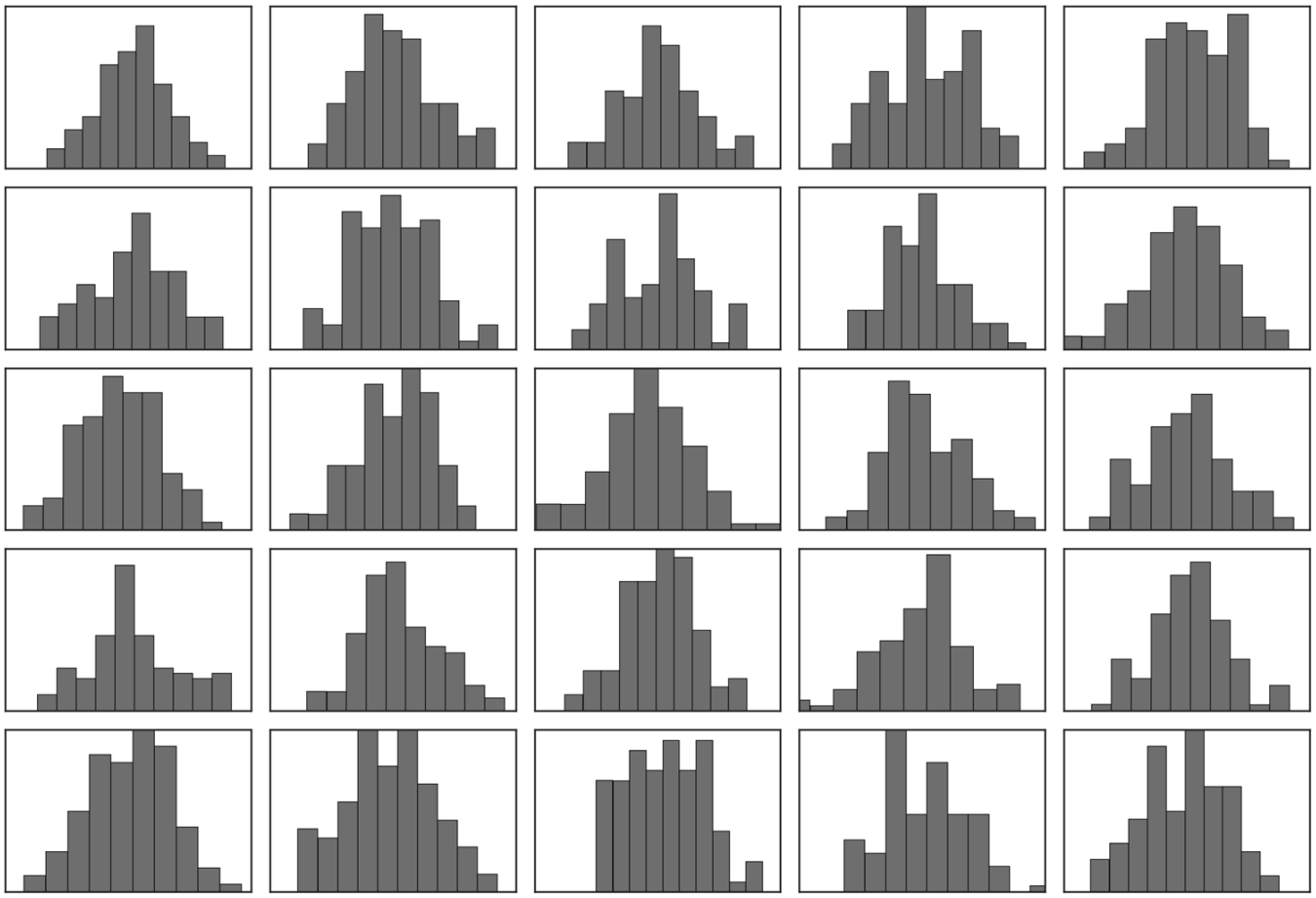
TESTOVI NORMALNOSTI RASPODELE

APA 7 izveštavanje

Rezultati Kolmogorov-Smirnov (KS Z = .21, p < .001) i Šapiro-Vilk (W = .78, p < .001) testa jednoglasno ukazuju na to da empirijska distribucija mera statistički značajno odstupa od modela normalne raspodele.

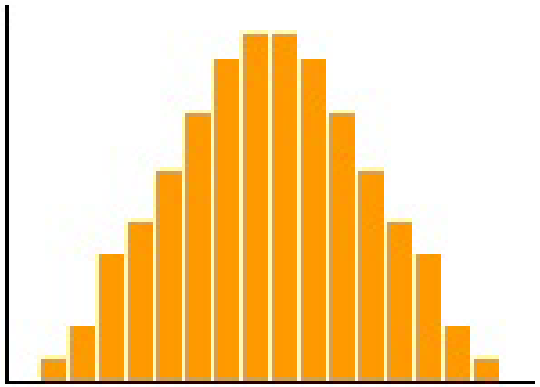
Tehnička napomena

Moguće je da SPSS i JASP daju različite rezultate Kolmogorov-Smirnov testa koji ponekad mogu voditi i sasvim suprotnim zaključcima. Stoga, a i s obzirom na to da ima mnogo veću statističku snagu, preporučuje se upotreba Šapiro-Vilk testa.

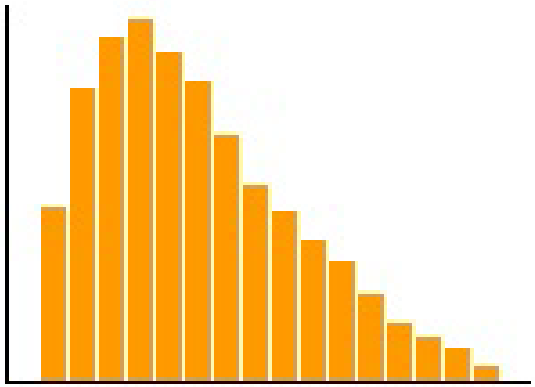


ODSTUPANJA OD NORMALNE RASPODELE

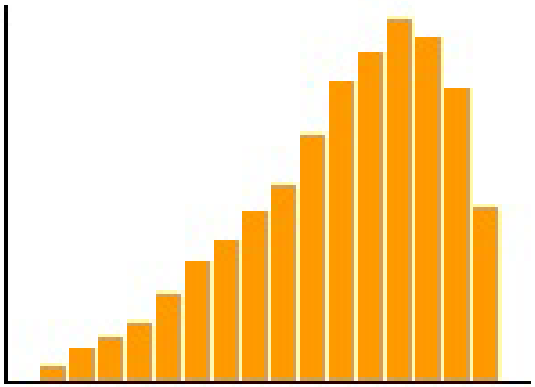
HORIZONTALNA ASIMETRIJA



Normalna raspodela



Pozitivno asimetrična



Negativno asimetrična

Koncentracija mera je pomerena ka kraju skale.

levom

desnom

NUMERIČKI POKAZATELJI HORIZONTALNOG ODSTUPANJA

Skjunis (eng. skewness)

$$\mathrm{Sk} = \frac{\mathrm{P_{10}} + \mathrm{P_{90}}}{2} - \mathrm{P_{50}}$$

Normalna distribucija: od -0.5 do 0.5
Negativna zakrivljenost: manje od -0.5
Pozitivna zakrivljenosti : veće od 0.5

Standardna greška skjunisa

$$\mathrm{SE_{Sk}} = \sqrt{\frac{24}{\mathrm{N}}}$$

Standnardna greška zavisi od veličine uzorka (veći uzorak, manja greška)

Standardizovani skjunis

$$\mathrm{Z_{Sk}} = \frac{\mathrm{Sk}}{\mathrm{SE_{Sk}}}$$

Vrednost standardizovanog skjunisa govori o značajnosti horizontalnog odstupanja

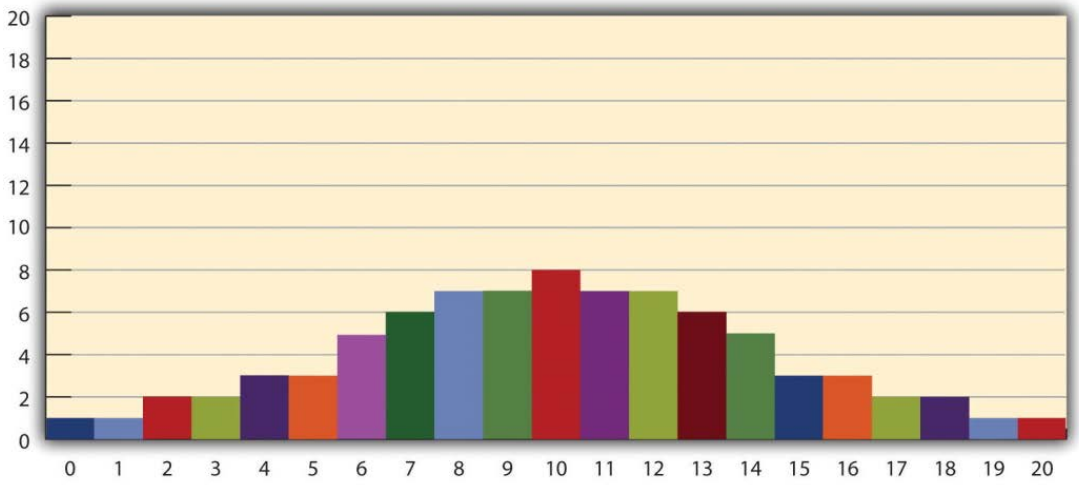
Testiranje statističke značajnosti horizontalnog odstupanja

Kada je standardizovani skjunis (Z_{Sk})

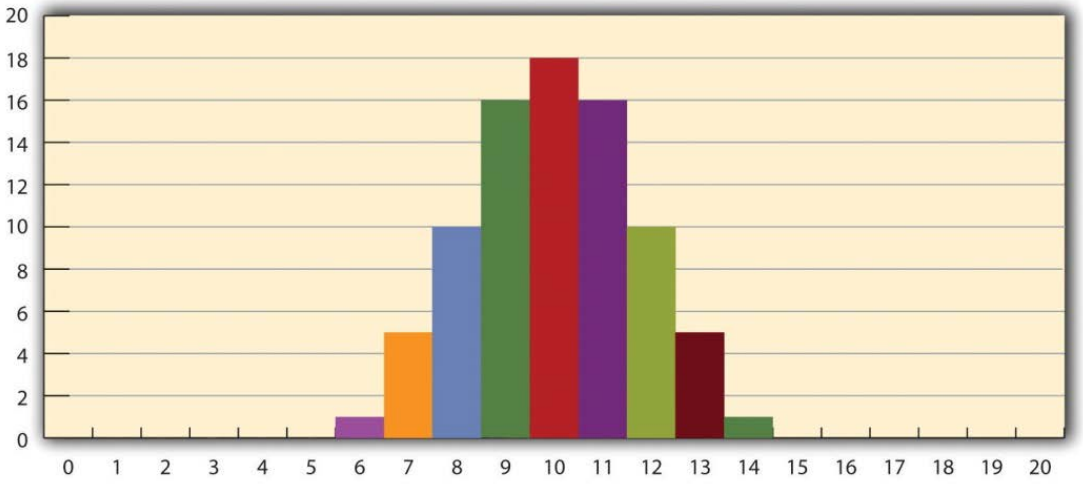
manji od 1.96, onda je $p > .05$	tj. odstupanje nije statistički značajno
veći od 1.96, onda je $p < .05$	tj. odstupanje je značajno na nivou $p < .05$
veći od 2.58, onda je $p < .01$	tj. odstupanje je značajno na nivou $p < .01$

VERTIKALNA ODSTUPANJA (DEVIJACIJE RASPONA)

Platikurtična
(spljoštena)



Leptokurtična
(izdužena)

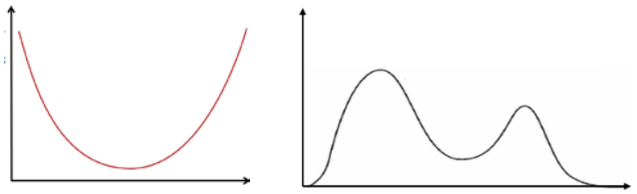


NUMERIČKI POKAZATELJI VERTIKALNOG ODSTUPANJA

Kurtozis (eng. skewness) $$\mathrm{Ku} = \frac{\mathrm{P_{75}} - \mathrm{P_{25}}}{\mathrm{P_{90}} - \mathrm{P_{10}}}$$

Normalna distribucija: oko nule
Izduženost (leptokurtičnost): iznad nule
Spljoštenost (platikurtičnost): ispod nule
U kriva: ispod -1.2
Bimodalnost: ekstremno niske vrednosti

Standardna greška kurtozisa $$\mathrm{SE_{Ku}} = \sqrt{\frac{6}{\mathrm{N}}}$$



Standardizovani kurtozis $$\mathrm{Z_{Ku}} = \frac{\mathrm{Ku}}{\mathrm{SE_{Ku}}}$$

Vrednost standardizovanog kurtozisa govori o značajnosti vertikalnog odstupanja

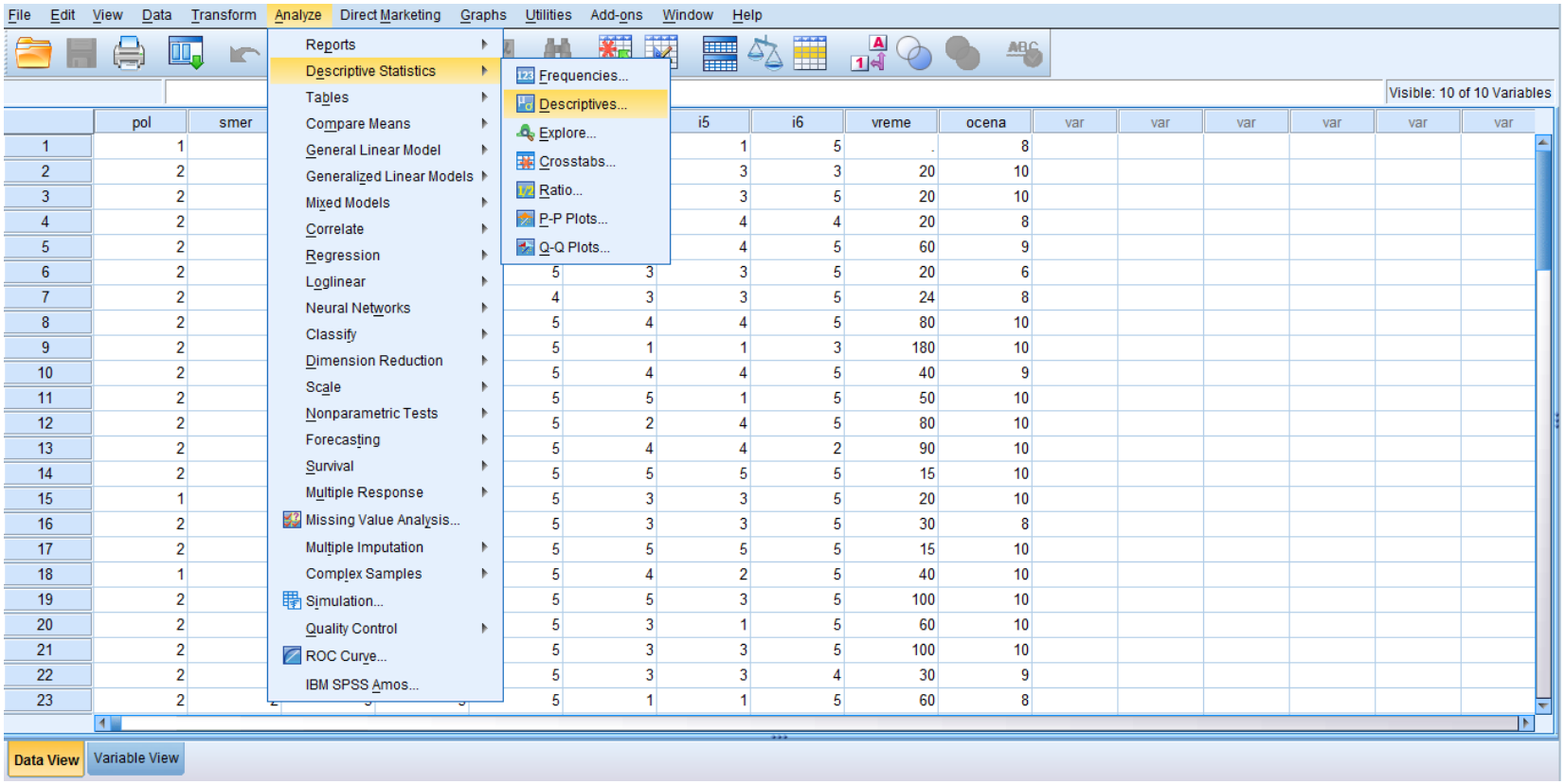
Testiranje statističke značajnosti vertikalnog odstupanja

Kada je standardizovani kurtozis (Z_{Ku})

manji od 1.96, onda je $p > .05$	tj. odstupanje nije statistički značajno
veći od 1.96, onda je $p < .05$	tj. odstupanje je značajno na nivou $p < .05$
veći od 2.58, onda je $p < .01$	tj. odstupanje je značajno na nivou $p < .01$

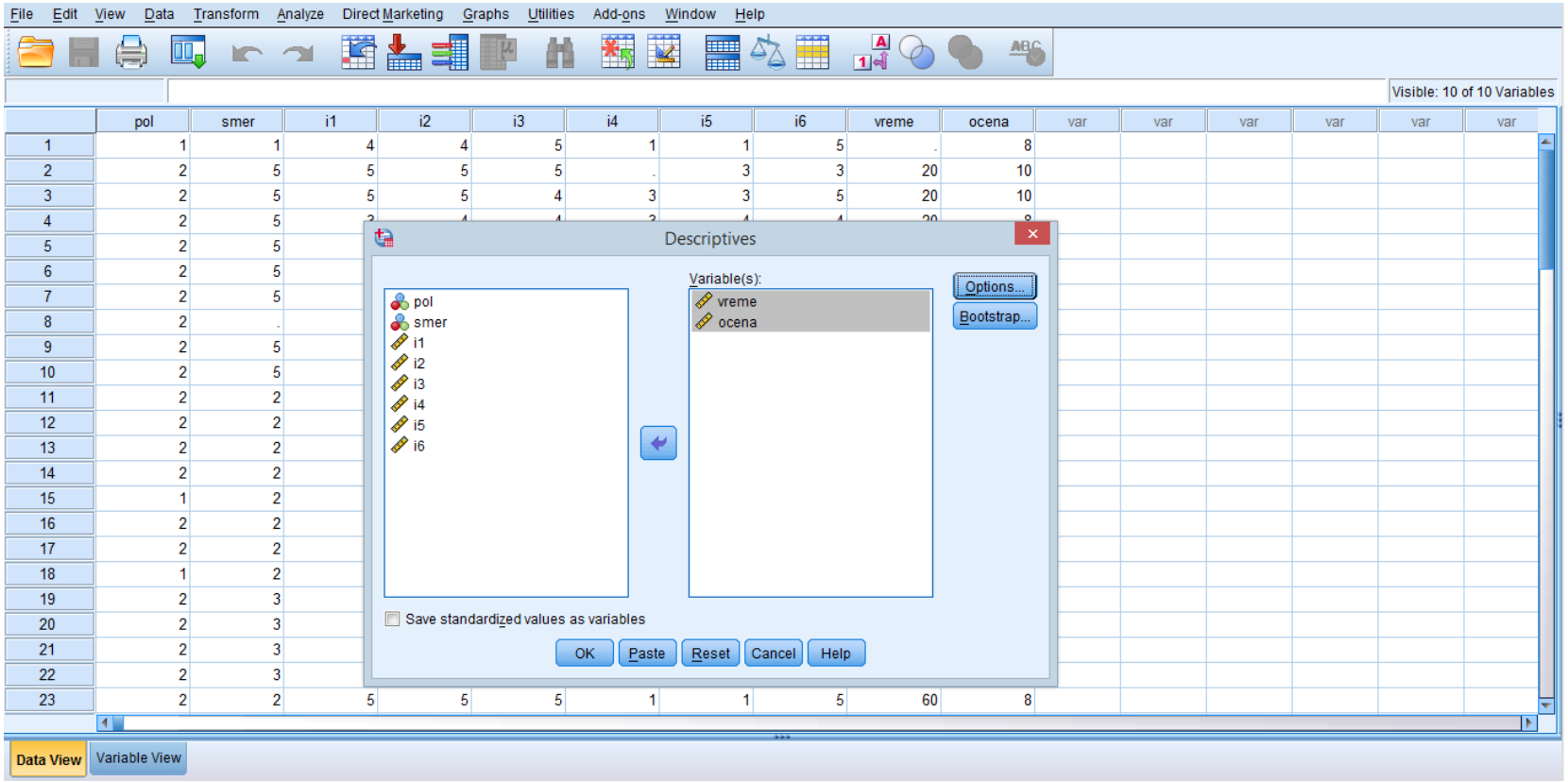
SKJUNIS I KURTOZIS

Analyze → Descriptive Statistics → Descriptives



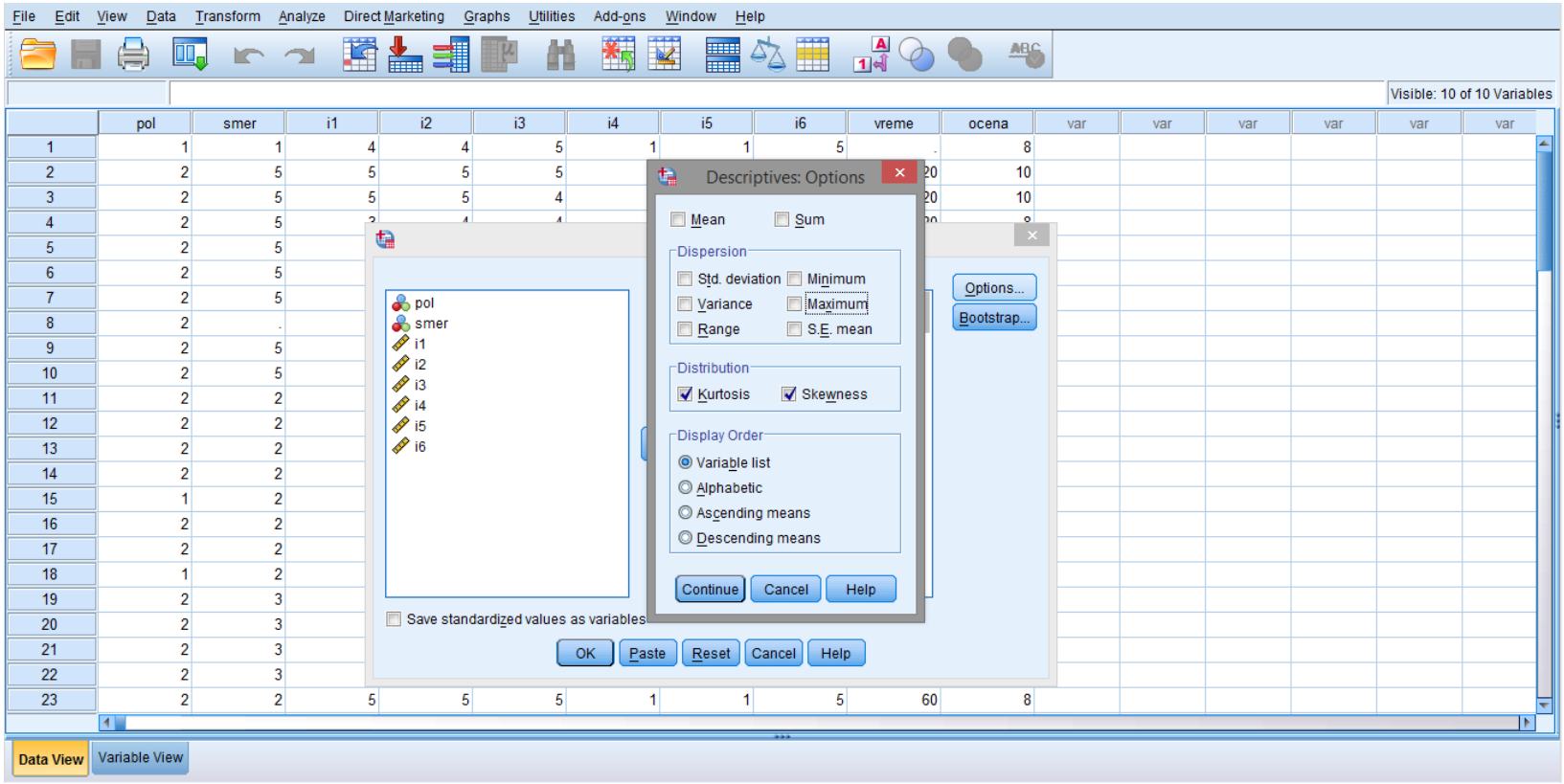
SKJUNIS I KURTOZIS

Prebaciti željenu/e varijable u polje Variable(s).

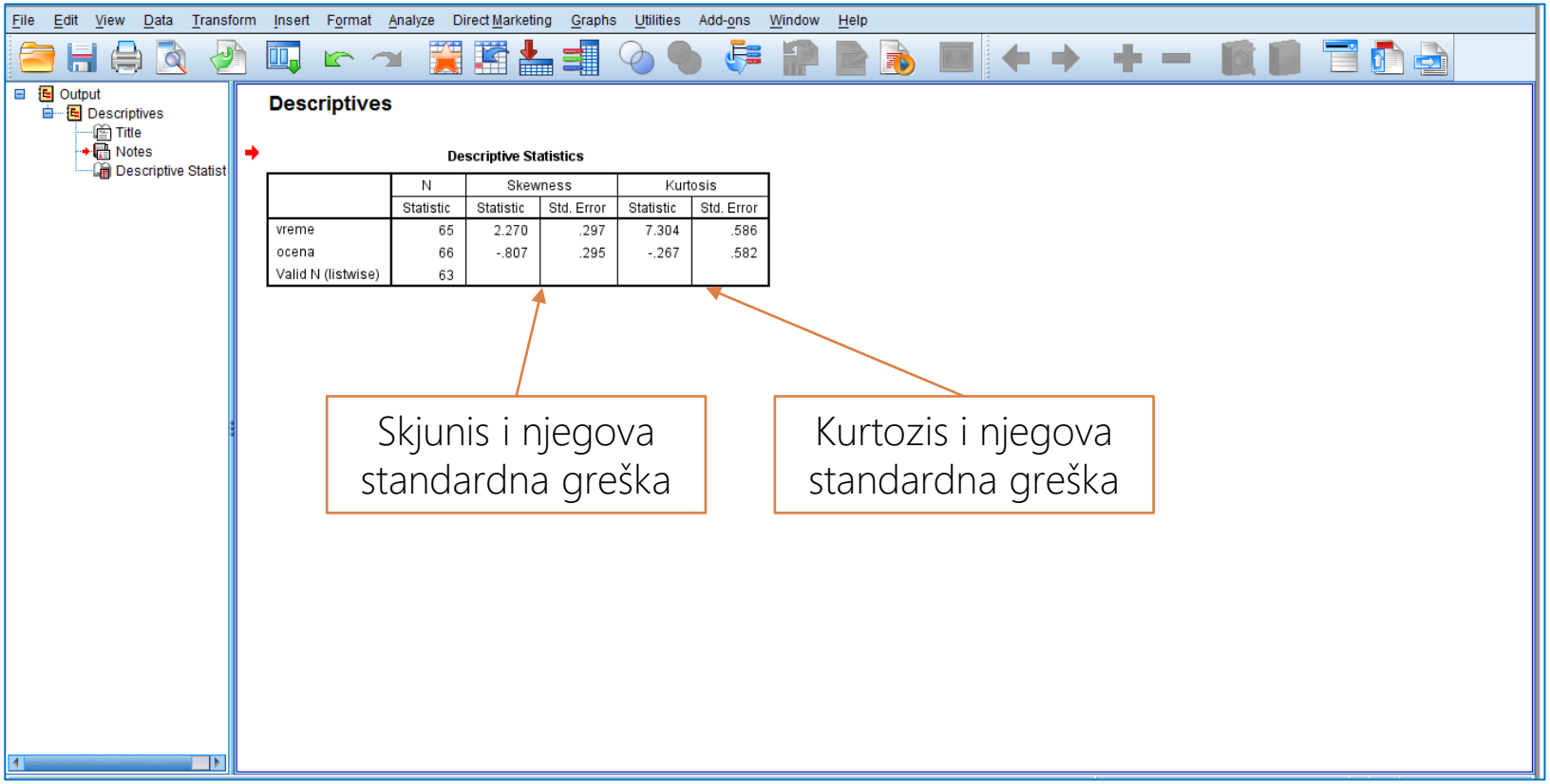


SKJUNIS I KURTOZIS

U podmeniju Options odabrati Kurtosis i Skewness.

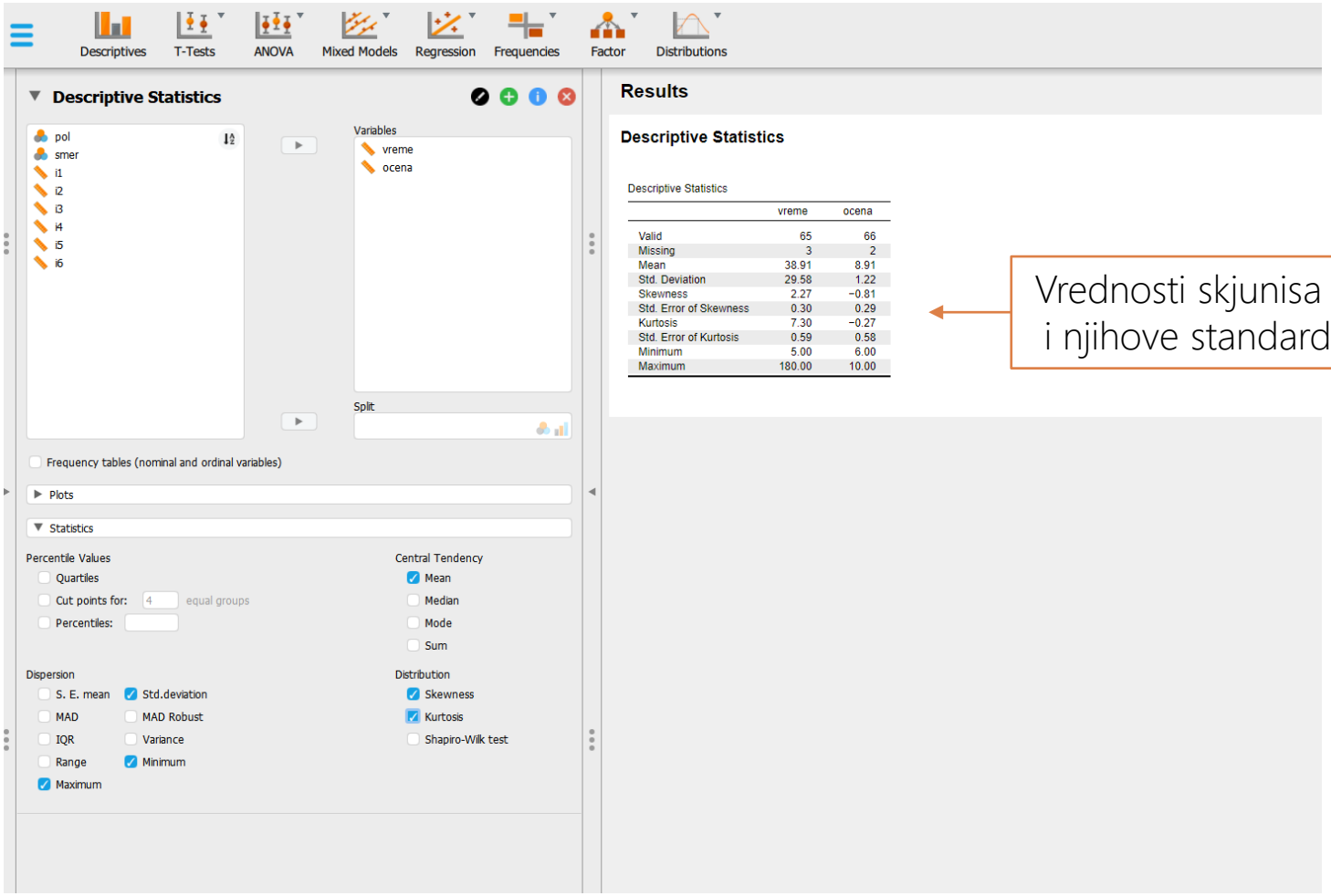


SKJUNIS I KURTOZIS



SKJUNIS I KURTOZIS

Pokrenuti meni Descriptives
Prebaciti željene varijable u prozor Variables
U podmeniju Statistics označiti Skewness i Kurtosis



Vrednosti skjunisa i kurtozisa i njihove standardne greške

ŠTA KAD RASPODELA ODSTUPA OD NORMALNE?

1. Primeniti odgovarajuću transformaciju varijabli pre standardnih analiza

Transform → Compute variable

Pozitivno asimetrična distribucija	Logaritamska transformacija (LG10) Kvadratni koren (SQRT)
Negativno asimetrična distribucija	Ekponencijalna transformacija (EXP) Stepenovanje (**2, **3, ...)

2. Primeniti odgovarajuće neparametrijske testove

T-test za neponovljena merenja	Man-Vitni test
T-test za ponovljena merenja	Vilkosonov test ekvivalentnih parova
Jednofaktorksa ANOVA za neponovljena	Kraskal-Volis test
Jednofaktorska ANOVA za ponovljena	Fridmanov test
Pirsonova korelacija	Spirmanova korelacija